令和８年度入学試験問題（前期日程）

数　　　　　学

中等教育教員養成課程
中等教育プログラム　数学専攻

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 問題は４問（〔１〕,〔２〕,〔３〕,〔４〕）あります。
3. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
4. 試験開始後，各解答紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
6. 定規，コンパスは使用できません。

〔1〕　次の問いに答えよ。

（問1）　不等式

$$\left(2+\log\frac{3x}{2}\right)\cdot\log\frac{3}{x}>0$$

を満たす x の範囲を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

（問2）　内角の 1 つが 45° である三角形の 3 辺の長さのうち，少なくとも 1 つは無理数であることを示せ。ただし，$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてもよい。

（問3）　a を定数とする。関数

$$f(x)=\frac{2\sin x-a}{(2x-\pi)^2}$$

が $x\to\dfrac{\pi}{2}$ のとき収束するような a の値とそのときの極限

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$$

を，$\displaystyle\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$ が成り立つことを利用して求めよ。

〔２〕　すべての項が正である数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1,\quad (ea_{n+1})^{3n} = (e^{n+1}a_n)^{2(n+1)}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たしている。数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{1 + \log a_n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数とし，e は自然対数の底とする。

（問１）　b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

（問２）　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

（問３）　次は不等式とその証明の記述である。(1) と (2) の空欄にあてはまる数式をそれぞれ答えよ。

> n を２以上の自然数とし，r を正の実数とするとき，
>
> $$(1 + r)^n > \boxed{\quad(1)\quad} \cdot r^2 \qquad (*)$$
>
> が成り立つ。
>
> **証明**　二項定理により，$(1 + r)^n$ の展開式は
>
> $$(1 + r)^n = \boxed{\qquad\qquad(2)\qquad\qquad}$$
>
> となる。この等式の右辺の各項はすべて正であるから，右辺の r^2 の項
>
> $$\boxed{\quad(1)\quad} \cdot r^2$$
>
> は $(1 + r)^n$ よりも小さい。よって，$(*)$ が成り立つ。（終）

（問４）　極限 $\lim\limits_{n\to\infty} e^{-2n}a_n$ を求めよ。

〔３〕　α，β，z を複素数とし，$z \neq 0$ とする。複素数平面において 3 点 0，α，β が一直線上にないとする。また，

$$\alpha z^2 - \beta z + \alpha = 0$$

とする。次の問いに答えよ。

（問１）　$z + \dfrac{1}{z}$ を α，β を用いて表せ。

（問２）　$z^3 + \dfrac{1}{z^3}$ を α，β を用いて表せ。

（問３）　複素数 z が

$$z^6 + z^4 + 4z^3 + z^2 + 1 = 0$$

を満たしているとき，複素数平面上の 3 点 0，α，β を頂点とする三角形の面積を α を用いて表せ。

〔4〕 $f(x) = x\log x$ とする。a を定数とし，$a > 1$ とする。点 $(0, -a)$ を通る曲線 $y = f(x)$ の接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

（問１） 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

（問２） ℓ の方程式を求めよ。

（問３） 関数 $g(x)$ が $x > 0$ の範囲で微分可能であって，導関数 $g'(x)$ は $x > 0$ の範囲で単調に増加している。c を正の定数とするとき，平均値の定理を利用して

「$x > c$ または $0 < x < c$」ならば $g(x) > g'(c)(x - c) + g(c)$

が成り立つことを示せ。

（問４） 曲線 $y = f(x)$ $(x \geqq 1)$，直線 ℓ および x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。