令和８年度入学試験問題（後期日程）

数　　　　学

中等教育教員養成課程
中等教育プログラム　数学専攻

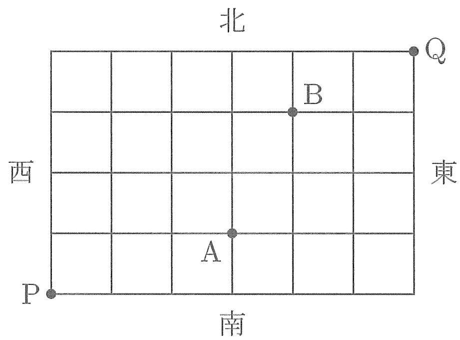
注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 問題は４問（〔１〕，〔２〕，〔３〕，〔４〕）あります。
3. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
4. 試験開始後，各解答紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
6. 定規，コンパスは使用できません。

〔1〕　次の問いに答えよ。

（問1）　3^{101} は何桁の整数か求めよ。また，3^{101} の最高位の数字を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

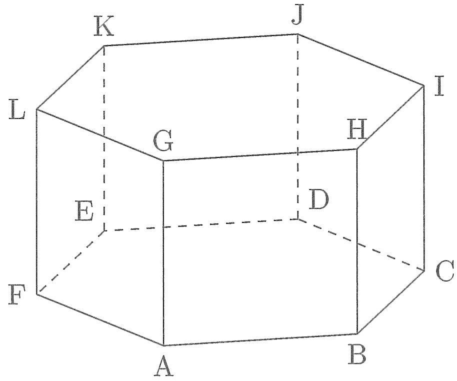
（問2）　下の図のように，ある街には東西に5本，南北に7本の道がある。AとBの少なくとも一方は必ず通り，PからQまで行く最短の道順は何通りあるか求めよ。



（問3）　次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = 2\sin x - 3\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\cos t\,dt$$

〔2〕　下の図のような正六角柱 ABCDEF-GHIJKL がある。この正六角柱の底面はともに一辺の長さが 2 の正六角形であり，6 つの側面はすべて正方形である。$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AF} = \vec{b}$，$\overrightarrow{AG} = \vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。



（問１）　$0 < t < 1$ とする。線分 GC を $t : (1-t)$ に内分する点を P とするとき，$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ と t を用いて表せ。

（問２）　直線 GC と平面 BDI の交点を Q とする。$\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

（問３）　直線 GC に点 A から垂線 AR を下ろす。$\overrightarrow{AR}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

〔3〕　z を複素数とし，ℓ を複素数平面上の直線とする。また，θ を実数とし，$0 < \theta < \pi$ とする。次の問いに答えよ。

（問1）　ℓ が実軸に一致するとき，ℓ に関して点 z と対称な点を表す複素数を z を用いて表せ。

（問2）　ℓ は原点を通り，ℓ と実軸の正の向きとのなす角が θ であるとする。このとき，ℓ に関して点 z と対称な点を表す複素数を，z，θ を用いて表せ。

（問3）　a を定数とする。ℓ は実軸と点 a で交わり，ℓ と実軸の正の向きとのなす角が θ であるとする。x を実数とし，ℓ に関して実軸上の点 x と対称な点をＰとする。点 $x+1$ と点Ｐの間の距離の最小値とそのときの x の値を a，θ を用いて表せ。

〔４〕　次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

（問１）　$x > 0$ のとき $e^x > x$ が成り立つことを示せ。

（問２）　（問１）を利用して，$x > 0$ のとき $e^x > \dfrac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。

（問３）　n を自然数とする。$f(x) = xe^{1-nx}$ とするとき，関数 $f(x)$ の最大値を a_n とおき，

$$b_n = n^2 \int_0^1 f(x)\,dx$$

とおく。次の（ア），（イ）に答えよ。

（ア）　無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1}a_{n+2}$ の収束，発散について調べ，収束する場合はその和を求めよ。

（イ）　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。